

信息经济学
第五课：序贯博弈（一）

彭世喆

数字经济系
长沙理工大学经济与管理学院



① 游戏一：帽子藏现金

② 游戏二：破釜沉舟

③ 游戏三：饥饿的狮子

④ 游戏四：斯塔克伯格模型

⑤ 游戏五：尼姆游戏

⑥ 复习

帽子藏现金游戏

- 第一步：玩家 1 决定在一个帽子里放入 0 元、1 元还是 3 元，然后将帽子传给玩家 2
- 第二步：玩家 2 决定在帽子里放入等额的现金还是拿走现有的现金

$$\text{玩家 1 的效用} = \begin{cases} 0, & \text{如果放入 0 元} \\ 2x, & \text{如果放入 } x \text{ 元且玩家 2 跟放} \\ -x, & \text{如果放入 } x \text{ 元但玩家 2 不跟放} \end{cases}$$

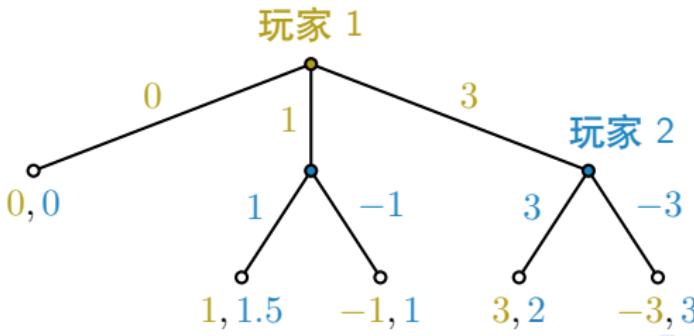
$$\text{玩家 2 的效用} = \begin{cases} 2.5 - 1 = 1.5, & \text{如果跟放 1 元} \\ 5 - 3 = 2, & \text{如果跟放 3 元} \\ x, & \text{如果帽子里有 } x \text{ 元且不跟放} \end{cases}$$

游戏分析

- 这是风险投资决策的简单版本（想象玩家 1 是贷款人，玩家 2 是借款人，选择认真工作还是偷懒）
- 序贯行动博弈（Sequential-move game）
 - 非同时行动博弈（Simultaneous-move game）
 - 关键不在于行动时间先后，而在于玩家在决策时知道什么
 - 玩家 2 在决策时知道玩家 1 的选择；玩家 1 知道玩家 2 在决策时知道玩家 1 的选择（玩家 1 知道玩家 2 会怎么做）
- 正规式博弈无法表示序贯行动博弈

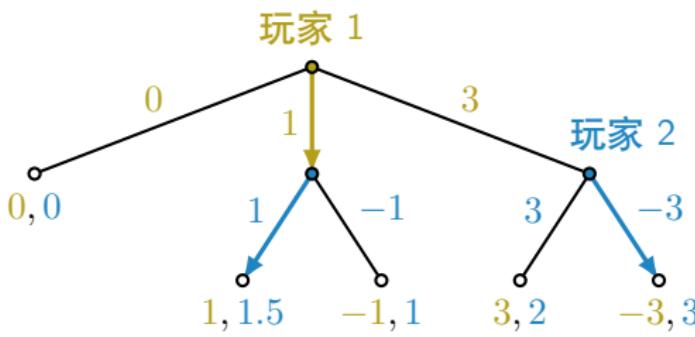
扩展式博弈 (Extensive-form game)

- 组成六要素（假设扩展式博弈的结构是共同知识）
 - 玩家集 N
 - 玩家关于结果的效用函数 $u_i(z)$, $i \in N$, $z \in Z$
 - 行动顺序
 - 行动时可选的行为
 - 行动时拥有的信息
 - 描述随机事件的外生概率分布
 - 博弈树（Game tree）（根节点、决策节点、终点节点、枝、路径）



游戏分析

- 逆向归纳法 (Backward induction)
 - 课程后半段最重要的概念
 - 先行者知道后行者是理性的，因此可以站在后行者的立场上思考，预测后行者的最优决策
 - 然后根据决策树倒推回来
 - 博弈树剪枝

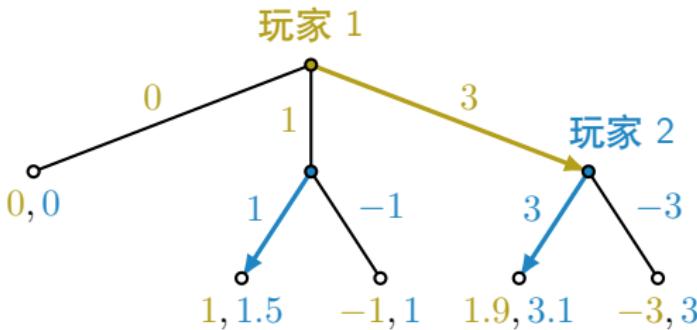


道德风险 (Moral hazard)

- 为什么不能实现结果 (3, 2) 呢 ?
 - 如果玩家 2 跟进, 则玩家 1 会放 3 元, 但玩家 2 不会跟进
- 存在道德风险
 - 参与合同的一方当不用承担风险导致的全部成本时, 将会主动增加暴露在风险中的程度
 - 由于双方利益不一致, 玩家 2 有动机采取对玩家 1 不利的行为, 导致双方利益都受损
 - 例子: 贷款规模变小 (减少欺骗动机)、车险设立免赔额 (不给全保)、为销售人员设立绩效工资 (委托代理问题, Principal-agent problem)、政府救助大企业
 - 解决方式: 立法规范市场 (失信名单)、限制资金用途 (借方成为先行者)、分阶段发放贷款 (变成重复博弈)

机制设计 (Incentive design) —— 利润再分配

- 还可以通过更改合同来改变利润分配方式，使双方动机一致（例如，当结果 (3, 2) 实现时，玩家 1 愿意拿出 1.1 给玩家 2）
- 投资回报率下降了 ($1/1 = 100\% > 1.9/3 \approx 63\%$)
- 如何改进此投资项目呢？(分散投资，取决于钱数和项目数)

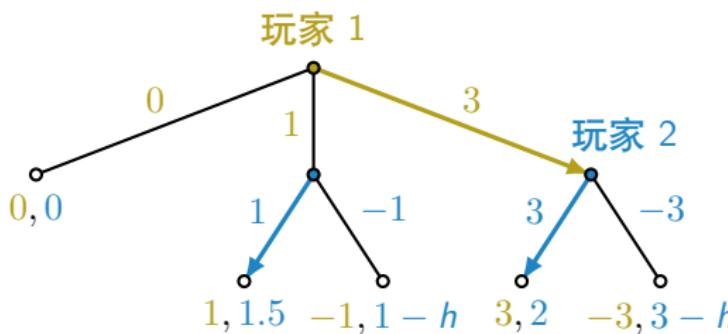


经验 11

大蛋糕的小份额可能比小蛋糕的大份额更大。

机制设计——担保

- 发生欺骗时没收房产 h
- 担保的作用不在于给了借款人额外的收益，而是给了贷款人额外的支出。但对于贷款人来说，结果却变好了

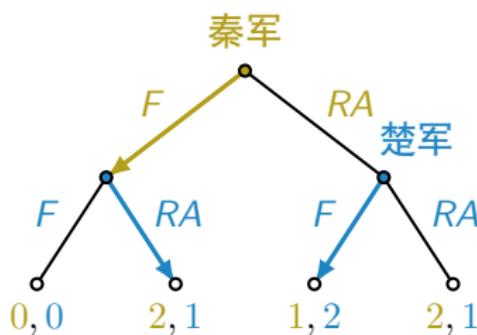


经验 12

有时降低玩家的收益会使结果变得更好，因为改变了博弈中其他玩家的行为。

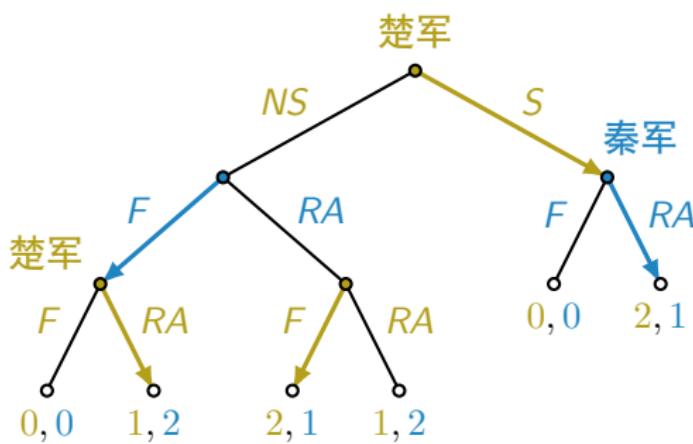
破釜沉舟游戏

- 楚国入侵秦国
- 秦军先选择进攻还是逃跑，楚军再选择进攻还是逃跑
- 当两军都选择逃跑时，判秦军胜利
- 结果楚国想入侵却只能逃跑



破釜沉舟游戏

- 楚军还可以率先选择沉船还是不沉船。如果沉船，则楚军后续只能选择进攻
 - 结果秦军的选择由进攻转为逃跑



启示

经验 13

有时舍弃一些选择对自己更有利。

- 楚军需要使沉船行为成为一种可信的承诺（Commitment），通过排除其他可选行为，从而改变秦军的行为
- 承诺策略的前提是让其他玩家知道这个承诺（如担保、核威胁），而不是悄悄地采取行动
- 但项羽当年的重点不是在于让对手知道沉船行动，而是让己方知道。他改变的是己方的决策，而非对手的决策

饥饿的狮子游戏

- 有一群饥饿的狮子和一只羊
- 狮群是一个等级森严的社会，只有狮王才有资格去吃这只羊
- 可如果狮王吃了这只羊，它就会犯困睡觉，然后第二强壮的狮子就会趁机吃掉它。同样，第二强壮的狮子吃掉狮王后，也会犯困睡觉，然后第三强壮的狮子就会吃掉第二强壮的狮子，依此类推
- 请思考狮王会怎么做？
- 选一排同学，从狮王问起，从最小的狮子问起（吃，不吃，吃，不吃，...）

斯塔克伯格模型 (Stackelberg game)

- 序贯博弈下的产量竞争
- 两家公司一先一后选择产量。假设公司 1 先决定产量 q_1 ，
公司 2 在观察到了 q_1 后再决定产量 q_2
- 价格 $p = a - b(q_1 + q_2)$
- 需要最大化利润 $U_i(q_1, q_2) = pq_i - cq_i$
- 请问是先行者还是后行者具有优势？

求解思路

- 使用逆向归纳法
- 先分析公司 2 的决策问题（因为最后决策的是公司 2）
 - $q_2^* = BR_2(q_1)$
- 再分析公司 1 的决策问题
 - 公司 1 知道在它选择产量 q_1 后，公司 2 会跟进选择产量 $BR_2(q_1)$
 - 因此，公司 1 实际上是在公司 2 的最优反应曲线上选择一个点 $(q_1, BR_2(q_1))$ 来最大化它的利润（有约束的优化问题）

数学推导

- 第一步：给定 q_1 , 求解公司 2 的决策问题

$$\begin{aligned}\max_{q_2} U_2(q_1, q_2) &= pq_2 - cq_2 \\ &= aq_2 - bq_2^2 - bq_1 q_2 - cq_2\end{aligned}$$

一阶条件: $a - 2bq_2^* - bq_1 - c = 0$

二阶条件: $-2b < 0$

$$q_2^* = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

- 公司 1 的最优产量 q_1^* 应该大于古诺产出 q^C 吗？如果大于，则会使公司 2 的最优产量 q_2^* 小于古诺产出 q^C 。此外，由 q_2^* 的表达式可知 $q_1 + q_2^*$ 会随着 q_1 增加，从而导致价格以及公司 2 的利润下降
- 而古诺产出 q^C 在公司 1 的策略集里，如果没有被选说明公司 1 有利润更高的选择

数学推导

- 第二步：将 $q_2 = q_2^*(q_1)$ 代入 $U_1(q_1, q_2)$ ，再求解公司 1 的决策问题，最后将 q_1^* 回代到 $q_2^*(q_1)$ 得到 q_2^* 的最终表达式

$$\max_{q_1} U_1(q_1) = (a - bq_1 - bq_2^*)q_1 - cq_1$$

$$= -\frac{bq_1^2}{2} + \frac{(a - c)q_1}{2}$$

一阶条件: $\frac{a - c}{2} - bq_1 = 0$

二阶条件: $-b < 0$

$$q_1^* = \frac{a - c}{2b} > q^c = \frac{a - c}{3b} > q_2^* = \frac{a - c}{4b}$$

思考

- 考虑公司 1 先宣布未来产量，公司 2 再跟进。这种场景是一个序贯博弈吗？
- 公司 1 光说无用，公司 2 没有理由相信（只要没有尘埃落定，都是不可信的），因此先行不起作用
- 需要有可信的承诺，沉默成本由于不可逆可以体现这种承诺
- 公司 2 发现内部有公司 1 的间谍该怎么办？（传递假信息还是真信息？谁是先行者？）
- 序贯博弈的关键不在于决策顺序，而在于信息传递的顺序（即后行者知道某信息，先行者知道后行者将知道某信息）

经验 14

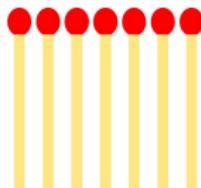
拥有更多信息可能不利。（例如，对手当知道玩家将知道更多信息时，可能采取不利行动。）

思考

- 先行者优势 (First-mover advantage) 在任何情况下都成立吗？(石头剪刀布、学习先行者的失败经验)
- 当信息有用时，后行者优势 (Second-mover advantage) 成立
- 可能既没有先行者优势也没有后行者优势 (一方先分蛋糕，另一方后选)
- 可能既有先行者优势也有后行者优势 (取决于游戏的初始设定)

尼姆（Nim）游戏

- 有两堆火柴，两位玩家轮流行动。先从两堆火柴中选择一堆，再从这堆火柴中取走一根或多根火柴，最后拿空两堆火柴的玩家获胜



A



B

游戏分析

- 取胜的关键在于让两堆火柴数量相等
 - 如果一开始两堆火柴数量不相等，则先行者具有优势，让两堆火柴数量相等
 - 如果一开始两堆火柴数量相等，则后行者具有优势，因为先行者会让两堆火柴数量不相等
 - 假设两位玩家都会玩这个游戏，则一开始就可确定游戏结果



A



B

游戏一：帽子藏现金
○○○○○○○

游戏二：破釜沉舟
○○○

游戏三：饥饿的狮子
○

游戏四：斯塔克伯格模型
○○○○○○

游戏五：尼姆游戏
○○

复习
●

Thanks!